Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Matemáticas I.

Guia de ejercicios $N^o 1$. **Desigualdades y valor absoluto**[1]

1. En los siguientes ejercicios realice las operaciones con intervalos indicadas.

   a) $(2,\ 12] \cup (-7,\ 8)$

   b) $(-\infty,\ 2] \cup (-4\ 10)$

   c) $(-\infty,\ 5] \cup (2,\ \infty)$

   d) $(-9,\ 9] \cap (-3,\ 3)$

   e) $[[0,\ 2] \cap (-2,\ 1]]^c$

   f) $(-\infty,\ 1) \cap (-4,\ 10]$

   g) $((1,\ 9] \cup (-2, 4)) \cap [0,\ 2]$

   h) $((1,\ 3] \cap (-4,\ 0))^c$

   i) $((-8,\ 4] \cup (-3,\ 1)) \cap [2,\ 6)$

2. Resolver las siguientes desigualdades, dar la solución en términos de intervalos y representarla en la recta real.

   a) $\dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{2}x \geq \dfrac{1}{6} + x$

   b) $4 - 3x \leq -(1 + 8x)$

   c) $\dfrac{1}{6} < \dfrac{2x - 13}{12} \leq \dfrac{2}{3}$

   d) $-\dfrac{1}{2} \leq \dfrac{4 - 3x}{5} \leq \dfrac{1}{4}$

   e) $x^2 - 5x > 0$

   f) $16x \leq x^3$

   g) $3x^2 - 3x < 2x^2 + 4$

   h) $4x^2 + 12x + 9 \leq 0$

   i) $x^2 + 4x - 5 \geq 0$

   j) $\dfrac{x^2 - 2x + 3}{x + 1} \leq 1$

   k) $\dfrac{x^2 - x + 1}{2 - x} \geq 1$

   l) $\dfrac{4x + 5}{x^2} \geq \dfrac{4}{x + 5}$

   m) $\dfrac{x + 2}{x + 3} < \dfrac{x - 1}{x - 2}$

   n) $\dfrac{-x^2 - x - 3}{x^2 + x - 2} \leq 1$

   ñ) $\sqrt{\dfrac{2x + 1}{x}} < 1$

3. Resolver las siguientes desigualdades, dar la solución en términos de intervalos y representarla en la recta real.

   a) $|x - 5| < 4$

   b) $|3x + 2| \geq 5$

   c) $\left|\dfrac{x + 1}{x}\right| > 2$

   d) $\left|\dfrac{x^2 + 3x + 4}{x + 2}\right| \leq 2$

   e) $\left|\dfrac{3 - 2x}{x + 3}\right| \geq 4$

   f) $\dfrac{\left|x^2 + 6x - 7\right|(x + 1)}{x} > 0$

   g) $|6 - 3x| < |3x|$

   h) $3\,|x - 1| + |x| \geq 5$

   i) $2\,|x + 6| - |3x - 1| > 0$

   j) $|x + 4| - |2x - 6| \leq 4$

   k) $|2x - 1| + |4 - x| \leq 4x$

   l) $\dfrac{|x + 2| - 1}{|x - 1|} < 2$

   m) $\dfrac{x + |2x - 3|}{|x - 1|} \leq 2$

   n) $|4 + |x - 1|| < 10$

   ñ) $\left|x^2 + x - 2\right| - |1 - x| < 0$

   o) $\left|x^2 - 2x - 3\right| - |3 - x| > 0$

   p) $\left|1 - \sqrt{\left|4 - x^2\right|}\right| < 1$

4. Sean $a,\ b \in \mathbb{R}$. Hallar todos los pares de números a y b tales que $|a - b| = \left|a^2 - b^2\right|$.

[1]Profesora María T. Varela

5. Determine todos los valores de A tal que si $|x-2|<A$, entonces $|2x-4|<3$

6. Suponga que $0<a<b<c$, resuelva para x la siguiente desigualdad:

$$\frac{x^2+(a-b)x-ab}{x+c} \geq 0.$$

7. Si $a,\ b,\ c,\ d>0$ son números reales tales que $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$ demuestre que

$$\frac{a}{b}<\frac{a+b}{b+c}<\frac{c}{d}.$$

Respuestas:

2j) $(-\infty,\ -1)\cup[1,\ 2]$; **2k)** $(-\infty,\ -1]\cup[1,\ 2)$**;** **2l)** $(-\infty,\ -5)\cup[-1,\ 0)\cup(0,\ +\infty)$**;**
2m) $\left(-3,\ \frac{-1}{2}\right)\cup(2,\ +\infty)$**;** **2n)** $(-\infty,\ -2)\cup(1,\ +\infty)$**;** **2ñ)** $\left(-1,\ -\frac{1}{2}\right]$**.**
3a) $(1,\ 9)$**;** **3b)** $\left(-\infty,\ -\frac{7}{3}\right)\cup(1,\ +\infty)$**;** **3c)** $\left(-\frac{1}{3},\ 0\right)\cup(0,\ 1)$**;** **3d)** $[-1,\ 0]$**;**
3e) $\left[-\frac{15}{2},\ -3\right)\cup\left(-3,\ \frac{-3}{2}\right]$**;** **3f)** $(-\infty,\ -7)\cup(-7,\ -1)\cup(0,1)\cup(1,\ +\infty)$**;** **3g)** $(1,\ +\infty)$**;**
3h) $\left(-\infty,\ -\frac{1}{2}\right]\cup[2,\ +\infty)$**;** **3i)** $\left(-\frac{11}{5},\ 13\right)$**;** **3j)** $(-\infty,\ 2]\cup[6,\ +\infty)$**;** **3k)** $[1,\ +\infty)$**;**
3l) $\left(-\infty,\ \frac{1}{3}\right)\cup(3,\ +\infty)$**;** **3m)** $(-\infty,\ -1)$**;** **3n)** $(-5,\ 7)$**;** **3ñ)** $(-3,-1)$**;**
3o) $(-\infty,\ -2)\cup(0,\ 3)\cup(3,\ +\infty)$**;** **3p)** $(-\sqrt{8},\ -2)\cup(-2,\ 0)\cup(0,\ 2)\cup(2,\ \sqrt{8})$**.**